Walter Doberenz DL1JWD

Serien-Parallel-Transformation von Impedanzen

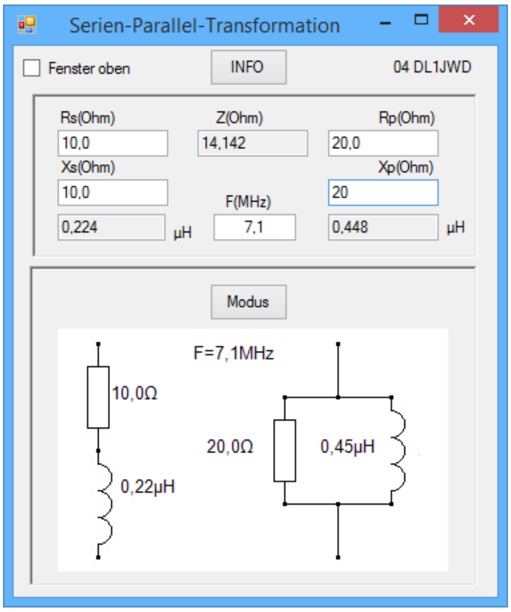
Jede Reihenschaltung einer Induktivität oder einer Kapazität mit einem ohm'schen Widerstand kann durch eine äquivalente Parallelschaltung ersetzt werden (und umgekehrt), wenn man sich dabei nur auf eine feste Frequenz bezieht.
Beide Schaltungen zeigen (nur bei dieser Frequenz!) gleiches Klemmenverhalten.

In vielen Fällen lässt sich durch sinnvolle Serien-Parallel-Transformationen die Analyse von Wechselstromschaltungen (z.B. passive Filter) deutlich vereinfachen.

Das Tool verwendet die im Amateurfunk gängigen Maßeinheiten MHz, µH und pF.

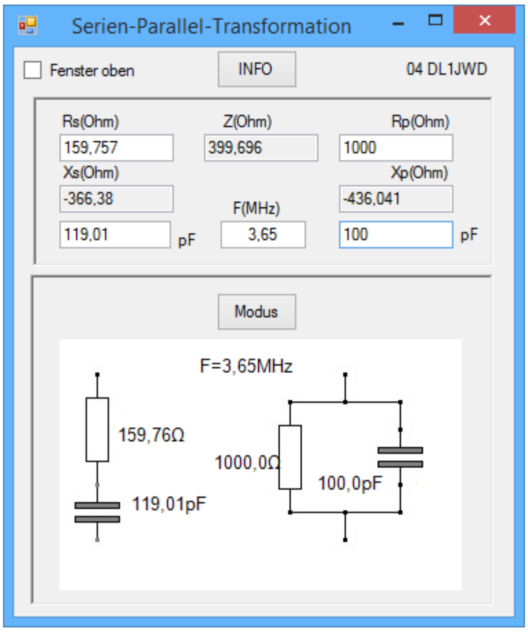
Beispiel 1:
Am Eingang der Antennen-Speiseleitung misst Du (z.B. mit einem VNA) die Impedanz Z(Ohm) = 10 + j10.
Wie groß sind Real- und Blindanteil der äquivalenten Parallelschaltung?
Wie groß sind die Induktivitäten bei einer Frequenz von 7,1MHz?

Nach Eingabe von Rs und Xs kannst Du sofort den Betrag von Z (14,142Ohm) und die Werte des äquivalenten Parallel-Ersatzschaltbilds Z(Ohm) = 20 || j20 ablesen.
Wenn Du die Frequenz einträgst, erscheinen in den grauen Feldern die Werte der entsprechenden Induktivitäten (0,224µH bzw. 0,448µH).



Beispiel 2:
Einer Kapazität von 100pF ist ein Widerstand von 1kOhm parallel geschaltet.
Wie sieht die äquivalente Serienschaltung bei einer Frequenz von 3,65MHz aus?

Klicke zunächst mehrfach(!) auf den "Modus"-Button, bis oben die Editierfelder für Kapazitäten freigegeben sind.
Trage die Frequenz ein und dann rechts die Werte für Parallelwiderstand und Parallelkapazität.
Die Daten der äquivalenten Serienschaltung (159,76 Ohm und 119,01pF) sind sofort ablesbar.



Theorie

Voraussetzung für das Verständnis der Transformation **Serienschaltung => Parallelschaltung** sind einige Grundkenntnisse beim Rechnen mit komplexen Zahlen (in der E-Technik auch Phasoren genannt).

Zwischen einem komplexen Widerstand (Impedanz)

$$\boldsymbol{Z} = R + jX$$

und einem komplexen Leitwert (Admittanz)

$$\boldsymbol{Y} = G + jB$$

besteht die Beziehung:

$$\boldsymbol{Y} = \frac{1}{\boldsymbol{Z}} \quad \text{bzw.} \quad G + jB = \frac{1}{R + jX}$$

Um den j-Operator aus dem Nenner herauszubekommen erweitern wir Zähler und Nenner der rechten Seite der Gleichung mit dem Faktor R-jX:

$$G + jB = \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)}$$

Nach Ausmultiplizieren und Aufspaltung in Real- und Imaginäranteil ergibt sich:

$$G + jB = \frac{R}{R^2 + X^2} - \frac{jX}{R^2 + X^2}$$

Da auf beiden Seiten der Gleichung Real- und Imaginärteil übereinstimmen müssen erhalten wir folgende Beziehungen für die Umrechnung einer Impedanz in die äquivalente Admittanz:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Für die Ermittlung der Parallelschaltung Rp || jXp bei gegebener Serienschaltung Rs+jXs setzen wir Rp = 1 / G und Xp = -1 / B und erhalten schließlich:

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s}$$

$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

Für die Rücktransformation **Parallelschaltung => Serienschaltung** nehmen wir den umgekehrten Ansatz

$$R + jX = \frac{1}{G + jB}$$

und kommen über einen ähnlichen Rechenweg zu den Beziehungen:

$$R_s = \frac{R_p}{1 + \frac{R_p^2}{X_p^2}}$$

$$X_s = \frac{X_p}{1 + \frac{X_p^2}{R_p^2}}$$

Für die Berechnung der kapazitiven und induktiven Blindwiderstände bieten sich die folgenden zugeschnittenen Größengleichungen an:

$$X_L[k\Omega] = \omega[GHz]\,L[\mu H]$$

$$X_C[k\Omega] = \frac{-1}{\omega[GHz]\,C[pF]}$$

mit $\omega = 2\pi f$