Wann ist eine Luftspule optimal?

Dr. paed. habil. LOTHAR KÖNIG

In [1] hat uns DL7HG an die Anfänge der Rundfunkzeit erinnert und verdeutlicht, daß eine kurze, dicke Luftspule bei gleicher Drahtlänge mehr Induktivität aufweist als eine lange dünne. Daraus entspringt die Frage, bei welchem Länge-Durchmesser-Verhältnis die Induktivität ein Maximum annimmt, d.h., wie die optimale Luftspule zu konstruieren ist.

Seit den Anfängen der wissenschaftlich begründeten Rundfunktechnik ist bekannt, daß die Induktivität L einer Drahtspule dem Quadrat der Windungszahl w und dem Windungsquerschnitt A direkt sowie der Länge l_F einer bestimmten magnetischen Feldlinie indirekt proportional ist:

$$L = \frac{\mu \cdot A \cdot w^2}{l_F} \qquad (1)$$

Für Luftspulen ist die Permeabilität μ mit der Induktionskonstante μ_0 gleichzusetzen, wobei $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m ist. l_F ist nicht ohne weiteres mit der mechanischen Länge der Spule identisch.

Magnetfeld und Induktivität

Jeder elektrische Strom I erzeugt ein magnetisches Feld, zu dessen anschaulicher Darstellung in sich geschlossene Feldlinien dienen. Im *homogenen* Feld läßt sich die Länge der Feldlinien sehr einfach angeben. Bei realen Spulen haben wir es indes mit einem *inhomogenen* Feld zu tun, dessen Stärke nicht mit elementaren Mitteln berechenbar ist.

Die geschlossene Feldlinie l_F kann lediglich in Sonderfällen bei bekanntem Feldlinienverlauf angegeben werden. Ein solcher Sonderfall ist die ideale Ringspule (Toroidspule, Windungsdurchmesser << Ringdurchmesser), an der die mittlere geometrische Länge l mit der Länge l_F der mittleren geschlossenen Feldlinie übereinstimmt. Für ideale, als Luftspulen ausgeführte Ringspulen mit kreisförmigem Querschnitt erhalten wir

$$L_R = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot w^2}{4 \cdot l} \qquad (2)$$

Für alle anderen realen Spulen ist $l_F > l$. Es liegt daher nahe, **hier speziell für einlagige Zylinderspulen**, einen Korrekturfaktor K einzuführen, der über $l_F = l \cdot K$ von der geometrischen Länge l zur kürzesten geschlossenen Feldlinie l_F führt. Für die Induktivität einlagiger, zylindrischer Luftspulen gilt dann:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot w^2}{4 \cdot l \cdot K} \qquad (3)$$

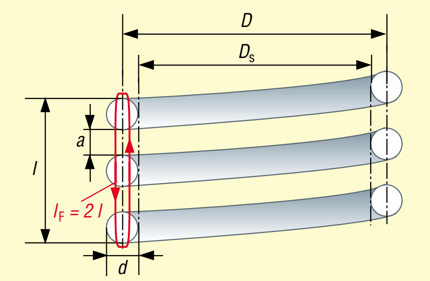
Die Größe des Korrekturfaktors hängt von der Spulengeometrie ab und wurde bereits vor Jahrzehnten bestimmt. In der Fach- und Amateurliteratur finden wir, darauf aufbauend, viele Formeln und Nomogramme, die sich (z.T. mit der Näherung $\pi^2 \approx 10$) auf eine gemeinsame Ausgangsgleichung zurückführen lassen:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot w^2}{4 \cdot l} \cdot \frac{1}{0{,}45\, D/l + 1} \qquad (4)$$

Hierin ist K mit $0{,}45\,D/l+1$ angesetzt. Der Faktor **0,45** führt aber nur im Bereich $1{,}48 < D/l < 3{,}33$ zu vertretbaren Ergebnissen.

Zur optimalen Spule

Wir wollen uns hier auf **einlagige zylindrische Luftspulen** beschränken. Unser Bild verdeutlicht, daß die kürzeste Feldlinie diejenige ist, die quer durch die Mitten aller Windungen hin und wieder zurück verläuft.



Verlauf der kürzesten Feldlinie mit der Länge l_F bei einer zylindrischen Luftspule

Demnach kann in Gleichung (1) für deren Anwendung auf die reale Zylinderspule l_F durch $2\,l$ ersetzt werden, d.h., der Korrekturfaktor K nimmt den Wert $K = 2$ an. Durch Gleichsetzung ergibt sich aus $2 = 0{,}45 D/l + 1$ unschwer die Konstruktionsbedingung:

$$\mathbf{l = 0{,}45 \cdot D} \qquad (5)$$

Gleichzeitig nimmt die für diese Spule erforderliche Drahtlänge $l_d = \pi \cdot w \cdot D$ nachweisbar ein Minimum an – oder aus einem Draht konstanter Länge ergibt sich ein Maximum der Induktivität – die optimale Spule! Anders gesagt: Eine zylindrische Luftspule erreicht dann höchstmögliche Induktivität, wenn ihre Länge nicht ganz halb so groß ausfällt wie ihr Durchmesser.

Praktische Beispiele

Wir wollen mit vorhandenem Draht eine gesuchte Induktivität realisieren.

Windungen eng gewickelt (CuL)

Bei isoliertem Draht, wie z.B. Kupferlackdraht, liegt es nahe, Windungen ohne Abstand aufzubringen, so daß $l = w \cdot d$ gilt. Dann erhalten wir nach einiger Zwischenrechnung zunächst allgemein

$$w = \sqrt[3]{\frac{1{,}62 \cdot L}{\mu_0 \cdot \pi \cdot d}} \qquad (6)$$

Bei Ansatz der Induktivität in µH und Vorgabe des Drahtdurchmessers d in mm kommt man zu der zugeschnittenen Größengleichung:

$$w = 7{,}43 \sqrt[3]{\frac{L/\mu\mathrm{H}}{d/\mathrm{mm}}} \qquad (7)$$

Der erforderliche Wickelkörper muß eine Schaftdicke $D_S = D - d$ aufweisen.

Beispiel: Aus CuL 1,2 (Nenndurchmesser $d_N = 1{,}20$ mm, real $d = 1{,}26$ mm mit Lackisolation) soll eine 50-µH-Spule entstehen.

$w = 7{,}43 \sqrt[3]{50/1{,}26} = 25{,}3$

$l = w \cdot d = 25 \cdot 1{,}26$ mm $= 31{,}5$ mm
$D = l\,/\,0{,}45 = 31{,}5$ mm $/\,0{,}45 = 70{,}0$ mm
$D_S = D - d = 70{,}0$ mm $- 1{,}26$ mm $= 68{,}7$ mm

Mit $l_F = 2\,l = 63$ mm ergibt die Kontrolle mittels Gleichung (1) $L = 48{,}0$ µH.

Windungen mit Abstand (CuAg)

Versilberter Kupferdraht erfordert einen gewissen Abstand a zwischen den Windungen; für diesen Fall ist in (6) und (7) d durch $h \approx d + a$ zu ersetzen:

$$w = 7{,}43 \sqrt[3]{\frac{L/\mu\mathrm{H}}{h/\mathrm{mm}}} \qquad (8)$$

Über $l = w \cdot h$ ergibt sich schließlich die zugeschnittene Größengleichung:

$$l/\mathrm{mm} = 410 \cdot (L/\mu\mathrm{H})/w^2 \qquad (9)$$

Beispiel: Aus CuAg 1,5 soll eine 50-µH-Spule entstehen. Mit $a \approx d$ wird $h = 3$ mm.

$w = 7{,}43 \sqrt[3]{50/3} = 19$

$l = 410 \cdot 50\,/\,19^2$ mm $= 56{,}8$ mm
$D = l\,/\,0{,}45 = 56{,}8$ mm $/\,0{,}45 = 126$ mm
$D_S = D - d = 126$ mm $- 1{,}5$ mm $= 124{,}5$ mm

Der Abstand zwischen den Windungen beträgt exakt $a = (l - w \cdot d)\,/\,(w - 1)$, also $a = (56{,}8 - 19 \cdot 1{,}5)$ mm $/\ 18 = 1{,}57$ mm.

Mit $l_F = 2\,l = 113{,}6$ mm ergibt die Kontrolle mittels Gleichung (1) $L = 49{,}8$ µH.

EXCEL-Nutzer können sich von der FA-Website die Datei *optSpul.XLS* herunterladen, die das Berechnen vereinfacht. Nicht selten bedarf es mehrerer Durchläufe, um zu einer realisierbaren Paarung Draht-/Schaftdurchmesser zu gelangen.

Literatur

[1] Brumm, P., DL7HG: Tips und Tricks für Selbstbauer. FUNKAMATEUR 51 (2002) H. 7, S. 707
[2] Meinke, H.; Gundlach, F. W. (Hrsg.): Taschenbuch der Hochfrequenztechnik. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1968